

### D.Ú.-sada 3

1. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla  $n > 1$  je číslo  $n^4 + n^2 + 1$  zložené.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$2x \equiv 5 \pmod{7}$$

$$4x \equiv 2 \pmod{6}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

3. Dokážte, že  $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$ .
4. Aký je počet riešení kongruencií a)  $x^2 \equiv 226 \pmod{563}$ , b)  $x^2 \equiv 429 \pmod{563}$ ?
5. Zistite, pre ktoré prvočísla platí  $\left(\frac{-3}{p}\right) = 1$  a pre ktoré  $\left(\frac{-3}{p}\right) = -1$ .