

## Domáca úloha č. 11

Zverejnená 15.11.2012 - odovzdáva sa najneskôr na cviku 29.11.2012.

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel  $\aleph_0$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $2^{\mathfrak{c}}$ ,  $2^{2^{\mathfrak{c}}}$ ):  
a)  $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$ ; b)  $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$ ; c)  $\aleph_0^{\mathfrak{c}}$ ; d)  $\mathfrak{c} \cdot \aleph_0$
2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel  $\aleph_0$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $2^{\mathfrak{c}}$ ,  $2^{2^{\mathfrak{c}}}$ ):  
a)  $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$ ; b)  $\mathfrak{c}^{2^{\mathfrak{c}}}$ ; c)  $\aleph_0 \cdot 2^{\mathfrak{c}}$ ; d)  $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$ ;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály a tiež platnosť rovností  $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$ ,  $\aleph_0 = \aleph_0$  a  $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$ . Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis  $a^{b^{\mathfrak{c}}}$ , myslí sa tým  $a^{(b^{\mathfrak{c}})}$  a nie  $(a^b)^{\mathfrak{c}}$ . (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo  $(a^b)^{\mathfrak{c}}$  by sme mohli prepísať ako  $a^{b\mathfrak{c}}$ ; ale pre istotu som to zdôraznil.)

- a: AB, DB, MK, PS, DT,  
b: MD, MH, IM, EM, JM,  
c: KS, ID, IŠ, ZV, MO,  
d: NK, MMat, KM, OH, MMach