Domáca úloha č. 2

Zverejnená 4.10.2013 - odovzdáva sa najneskôr na cviku 18.10.2013.

1. Nech G je množina všetkých funkcií $f_{a,b}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, ktoré sú tvaru $f_{a,b}(x) = ax + b$ pre nejaké reálne čísla $a, b \in \mathbb{R}$. Tvorí táto množina funkcií s operáciou skladania zobrazení grupu? Je množina $\{f_{a,b}; a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ s operáciou skladania zobrazení grupa? Dostaneme grupu, ak vezmeme len také $a, b \in \mathbb{R}$, že $a = 1$? V tých prípadoch, keď dostaneme grupu, je táto grupa komutatívna?

2. Zistite, či $(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}, \Box)$, kde pre každé $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ definujeme $(a, b)\Box(c, d) = (2ac, b + d)$, je grupa. (Symbol $\mathbb{R}^+$ označuje množinu kladných reálnych čísel.)

3. Nech $M = \{f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}$, t.j. M je množina všetkých zobrazení z $\mathbb{N}$ do $\mathbb{N}$. Uvažujme na tejto množine operáciu skladania zobrazení. Je táto operácia asociatívna, komutatívna? Má neutrálny prvok? Existujú prvky množiny M, ktoré majú viac než jeden ľavý inverzný prvok? Existujú také prvky, ktoré majú viac než jeden pravý inverzný prvok. (Pod ľavým neutrálnym prvkom k prvku a rozumieme taký prvok b, že platí $b * a = e$, kde e označuje neutrálny prvok. Pravý inverzný prvok definujeme analogicky.)

4. Nech $G = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$. Definujme na tejto množine binárnu operáciu $*$ predpisom $(a, b) * (c, d) = (a + bc, bd)$. Je to skutočne binárna operácia? Je $(G, *)$ grupa? Je to komutatívna grupa?

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A-G, 2 riešia H-M, 3 riešia N-R, 4 riešia S-Z