

D.Ú.-sada 14

1. Nájdite všetky prirodzené čísla, pre ktoré číslo a) $n^2 - 1$, b) $n^2 + 1$ je mocninou dvojky.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$.
4. Aký je počet riešení kongruencií a) $x^2 \equiv 226 \pmod{563}$, b) $x^2 \equiv 429 \pmod{563}$?
5. Zistite, pre ktoré prvočísla platí $\left(\frac{-3}{p}\right) = 1$ a pre ktoré $\left(\frac{-3}{p}\right) = -1$.