

### D.Ú.-sada 15

1. Nájdite všetky prirodzené čísla, pre ktoré číslo a)  $n^2 - 1$ , b)  $n^2 + 1$  je mocninou dvojky.
2. Nájdite 5 po sebe idúcich prirodzených čísel takých, že prvé z nich je párne, ďalšie je deliteľné 3, tretie je deliteľné 5, štvrté je deliteľné 7 a piate je deliteľné 11.
3. Dokážte, že pre ľubovoľné celé čísla  $p, q$  je  $p^5q - pq^5$  deliteľné 5.
4. Aký je počet riešení kongruencií a)  $x^2 \equiv 226 \pmod{563}$ , b)  $x^2 \equiv 429 \pmod{563}$ ?
5. Zistite, pre ktoré prvočísla platí  $\left(\frac{-3}{p}\right) = 1$  a pre ktoré  $\left(\frac{-3}{p}\right) = -1$ .