

D.Ú.–sada 19

1. Ako N_n označme číslo, ktorého zápis v desiatkovej sústave pozostáva z n jednotiek, (teda $N_n = 10^0 + 10^1 + \dots + 10^{n-1}$). Dokážte, že $N_n \mid N_m$ práve vtedy, keď $n \mid m$.
2. Nájdite všetky prirodzené čísla n , pre ktoré $2^n - 1$ je deliteľné 7.
3. Dokážte, že pre ľubovoľné celé čísla p, q je $p^5q - pq^5$ deliteľné 5.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 3 \pmod{31}$, b) $x^2 \equiv 5 \pmod{31}$, c) $x^2 \equiv 631 \pmod{1093}$.
5. Dokážte, že 5 je kvadratický zvyšok pre prvočísla tvaru $10k \pm 1$ a kvadratický nezvyšok pre prvočísla tvaru $10k \pm 3$.