

### D.Ú.–sada 20

1. Nájďte všetky prirodzené čísla, pre ktoré číslo a)  $n^2 - 1$ , b)  $n^2 + 1$  je mocninou dvojky.
2. Dokážte, že  $17 \nmid 5n^2 + 15$  pre ľubovoľné  $n \in \mathbb{N}$ .
3. Dokážte, že  $\prod_{t|n} t = n^{d(n)/2}$ .
4. Aký je počet riešení kongruencií a)  $x^2 \equiv 226 \pmod{563}$ , b)  $x^2 \equiv 429 \pmod{563}$ ?
5. Zistite, pre ktoré prvočísla platí  $\left(\frac{-3}{p}\right) = 1$  a pre ktoré  $\left(\frac{-3}{p}\right) = -1$ .