

D.Ú.–sada 21

1. Dokážte, že súčin n po sebe idúcich prirodzených čísel je deliteľný číslom $n!$.
2. Dokážte, že $\sum_{d|n} \frac{1}{d} = \frac{\sigma(n)}{n}$ platí pre všetky $n \in \mathbb{N}$. Ak n je dokonalé, tak $\sum_{d|n} \frac{1}{d} = 2$.
3. Dokážte, že $\sum_{t|n} d(t)^3 = (\sum_{t|n} d(t))^2$.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 3 \pmod{31}$, b) $x^2 \equiv 5 \pmod{31}$, c) $x^2 \equiv 631 \pmod{1093}$.
5. Dokážte, že 5 je kvadratický zvyšok pre prvočísla tvaru $10k \pm 1$ a kvadratický nezvyšok pre prvočísla tvaru $10k \pm 3$.