

D.Ú.–sada 22

1. Dokážte, že ak $(a, b) = 1$, tak $(a + b, a - b)$ je 1 alebo 2.
2. Nájdite 5 po sebe idúcich prirodzených čísel takých, že prvé z nich je párne, ďalšie je deliteľné 3, tretie je deliteľné 5, štvrté je deliteľné 7 a piate je deliteľné 11.
3. Dokážte, že $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 17 \pmod{29}$, b) $3x^2 \equiv 12 \pmod{23}$, c) $2x^2 \equiv 27 \pmod{41}$.
5. Dokážte, že ak $p = 4k + 1$, tak $\sum_{a=1}^{p-1} a \left(\frac{a}{p}\right) = 0$.