

## Domáca úloha č. 18

Zverejnená 2.12.2013 – odovzdáva sa do prvého skúškového termínu v januári.

Nech  $(N, 0, S)$  spĺňa Peanove axiomy. Pre  $a, n \in N$  definujeme

$$\begin{aligned}a^0 &= S(0); \\ a^{S(n)} &= a^n \cdot a.\end{aligned}$$

- (a) Dokážte, že pre ľubovoľné  $a \in N$  platí  $a^{S(0)} = a$ .
- (b) Dokážte, že pre ľubovoľné  $a \in N$  platí  $a^{b+c} = a^c \cdot a^b$ .
- (c) Dokážte, že pre ľubovoľné  $a \in N$  platí  $a^{b \cdot c} = (a^b)^c$ .

Môžete používať všetky vlastnosti sčítania a násobenia v  $(N, 0, S)$  dokázané v texte k prednáške. (Inak povedané, vlastnosti sčítania a násobenia, na ktoré ste zvyknutí z prirodzených čísel. Takisto v každej z uvedených častí môžete využívať výsledky predošlých častí.)

a: AB, PH, ZI, MM, VO, VR, BK,

b: JG, JB, LK, ZM, MO, MP, ,

c: LJ, DL, VL, VN, LO, MS, LV