

Domáca úloha č. 3

Zverejnená 7.10.2013 – odovzdáva sa najneskôr na cviku 28.10, 29.10.2013. (Termín je posunutý o týždeň, pretože v týždni začínajúcom 21.10. tu niektorí študenti z PriF nie sú.)

Za predpokladu, že A, B, A_i, B_i (pre každé $i \in \mathbb{N}$) sú ľubovoľné množiny, dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia. (Poznámka: Tvrdenia v prvej úlohe by sa mohli dať dokázať matematickou indukciou. Skúste sa zamyslieť nad tým, či sa dá matematická indukcia použiť aj v druhej úlohe, alebo to treba dokazovať nejakým iným spôsobom.)

1. (a) $B \cup \left(\bigcap_{i=0}^n A_i \right) = \bigcap_{i=0}^n (B \cup A_i)$
(b) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup_{i=0}^n A_i \subseteq \bigcup_{i=0}^n B_i$.
(c) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap_{i=0}^n A_i \subseteq \bigcap_{i=0}^n B_i$.
(d) Ak pre niektoré $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap_{i=0}^n A_i \right) \cap B = \emptyset$.
2. (a) $B \cup \left(\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \right) = \bigcap_{i=0}^{\infty} (B \cup A_i)$
(b) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} B_i$.
(c) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcap_{i=0}^{\infty} B_i$.
(d) Ak pre nejaké $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \right) \cap B = \emptyset$.

a: AB, PH, VL, JB, BK

b: LK, DL, ZM, VO, LV

c: VN, ZI, MO, JG, MS

d: LO, LJ, MM, MP, VR