

Množiny

1. Množina M pozostáva z párných čísel väčších ako $\frac{17}{3}$ a menších ako $\frac{168}{9}$ a tiež z nepárnych kladných čísel menších ako $\frac{323}{32}$. Napíšte všetky prvky množiny M .
2. Určte prienik množín A a B , ak A je množina kladných celých čísel deliteľných tromi alebo piatimi, ktoré sú menšie ako $\frac{301}{6}$ a B je množina prvočíselných deliteľov čísla 90.
3. Čomu sa rovná $A \cap B$ a $A \cup B$, ak $A = \{2n; n \in \mathbb{Z}\}$ a $B = \{3n; n \in \mathbb{Z}\}$?
4. Platí $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$ pre ľubovoľné množiny A, B ?

Celé čísla, deliteľnosť, indukcia

1. Dokážte matematickou indukciou, že súčin troch za sebou idúcich prirodzených čísel je deliteľný šiestimi.
2. Dokážte, že súčet tretích mocnín troch po sebe idúcich čísel je deliteľný 9.
3. Dokážte tvrdenie: Číslo n je nepárne práve vtedy, keď n^2 je nepárne.
4. Dokážte, že ak k a l sú párne čísla, tak aj číslo $k + l$ je párne. Je pravdivá aj obrátená implikácia?
5. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo $n \geq 2$ platí $4^n > 3^n + 2^n$.
6. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$.
7. Dokážte, že $\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$.

Reálne čísla

1. Ktoré reálne čísla spĺňajú nerovnicu $|x - 2| \leq 5$.
2. Nájdite všetky reálne riešenia rovnice:
 - a) $|x - 2| + |x + 2| = 4$;
 - b) $|x - 2| + |x + 2| = 6$;
 - c) $|x - 2| + |x + 2| = 2$.
3. Nájdite všetky reálne riešenia rovnice:
 - a) $|x - 2| - |x + 2| = 4$;
 - b) $|x - 2| - |x + 2| = 6$;
 - c) $|x - 2| - |x + 2| = 2$.
4. Pre ktoré reálne číslo c má rovnica $|x^2 + 12x + 34| = c$ práve 3 riešenia?
5. Nad reálnymi číslami rozložte na lineárne činitele mnohočlen $x^3 + 4x^2 + x - 6$.

Rôzne

1. Rozhodnite, či sa priamka v rovine, ktorá je daná rovnicou $2x - 5y = -2$ pretína s priamkou, ktorej rovnica je $2x + 3y = 4$.
2. Dokážte, že $\sqrt{2}$ aj $\sqrt{3}$ sú iracionálne čísla.
3. Dokážte, že $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ je iracionálne číslo.