PREDNÁŠKOVÉ ÚLOHY 3

Lineárna algebra a geometria 2, Július Korbaš, FMFI UK Bratislava

(1) Nájdite parametrické vyjadrenie roviny α, obsahujúcej body

$$A \equiv (-1,1,0,1,5), B \equiv (2,-1,3,4,0), C \equiv (1,2,7,6,1)$$

a zistite, či priamka p, prechádzajúca bodmi

$$D \equiv (2,1,-3,4,1), E \equiv (0,1,-3,3,1),$$

pretína rovinu α. Ak ju pretína, určte $\alpha \cap p$.

(2) Nech $(f,\varphi) : (\mathbb{R}^4,\mathbb{R}^4) \to (\mathbb{R}^2,\mathbb{R}^2)$ je afinné zobrazenie určené tým, že $f(A_0) = (1,1)$, $f(A_1) = (1,2)$, $f(A_2) = (0,0)$, $f(A_3) = (0,1)$, $f(A_4) = (-1,1)$, pričom $A_0 = (1,2,-1,0)$, $A_1 = (1,1,2,1)$, $A_2 = (0,1,1,-1)$, $A_3 = (0,0,1,2)$, $A_4 = (1,1,0,0)$. Vyrátajte $\varphi(Y - A_0)$, ak $Y = (-1,0,1,3)$.

(3) Napíšte parametrické aj všeobecné vyjadrenie

(a) roviny $\mathscr{A}$ v $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R}^4)$ určenej bodmi A_0, A_1, A_2 z úlohy (2);

(b) nadroviny $\mathscr{B}$ v $(\mathbb{R}^4,\mathbb{R}^4)$ určenej bodmi A_0, A_1, A_2, A_3 z úlohy (2). Rozhodnite, či $B \in \mathscr{B}$, ak $B = (-1,1,-1,-3)$. Ak $B \notin \mathscr{B}$, môže byť $B \in \mathscr{A}$?

(4) V 5-rozmernom afinnom priestore určte vzájomnú polohu afinných podpriestorov

$$\alpha \equiv \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_4 = -7 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_5 = -8 \end{cases}$$

a

$$\beta \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + t_1 + t_2 \\ x_2 = 2 \qquad + t_2 \\ x_3 = 5 - t_1 + 3t_2 \\ x_4 = 3 + 2t_1 - t_2 \\ x_5 = 1 + 3t_1 - 2t_2, \;\; t_1, t_2 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

[Rovnajú sa?]

(5) Nech α a β sú také afinné podpriestory afinného priestoru $\mathscr{A}$, že $2 \leq \dim(\alpha) \leq \dim(\beta)$. Dokážte, že podpriestor α je rovnobežný s podpriestorom β práve vtedy, keď každá priamka ležiaca v podpriestore α je rovnobežná s podpriestorom β.

(6) V 4-rozmernom afinnom priestore je daná priamka

$$p \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + 2t \\ x_2 = 2 + 3t \\ x_3 = 3 + 4t \\ x_4 = 4 + 5t, \;\; t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

a rovina

$$\alpha \equiv \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ukážte, že p a α sa nepretínajú a napíšte rovnice dvoch rovnobežných nadrovín, z ktorých jedna obsahuje priamku p a druhá rovinu α.