Prednáškové úlohy č. 11 a 12

1. 2.2.9(2) Vyriešte nad $\mathbb{R}$ lineárny systém

$$4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2$$
$$2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1$$
$$2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1.$$

2. 2.2.9(3) Vyriešte nad $\mathbb{R}$ lineárny systém

$$\alpha x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 1.$$

   v závislosti od parametra α.

3. 2.2.9(4) Vyriešte nad $\mathbb{Z}_5$ lineárny systém

$$x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0$$
$$x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1$$
$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 1$$
$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1.$$

4. 2.2.9(5) Nájdite všetky $a \in \mathbb{R}$, pre ktoré je vektor $(5, 9, a) \in \mathbb{R}^3$ lineárnou kombináciou $(5, 2, 1)$, $(4, 1, 6)$ a $(1, 4, 3)$.

5. 2.2.9(6) Nájdite všetky $t \in \mathbb{R}$, pre ktoré vo vektorovom priestore $\mathbb{R}^3$

$$[(3, 2, 5), (5, 6, t), (2, 4, 7)] = [(3, 2, 5), (5, 6, t), (2, 4, 7), (1, 3, 5)].$$

6. 2.2.9(7) Nájdite všetky hodnoty parametra α pre ktoré je reálny systém

$$4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1$$
$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3$$
$$8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9$$
$$7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \alpha$$

   neriešiteľný.

1. 2.3.14(3) Zistite ktoré z nasledujúcich množín vektorov v $\mathbb{R}^4$ sú lineárne závislé resp. nezávislé:

$$A = \{(1,1,1,1),(1,2,1,1),(1,3,2,3),(1,1,2,1)\},$$

$$B = \{(1,-1,1,-1),(1,2,1,-1),(1,-3,2,3),(-1,1,-2,1)\},$$

$$C = \{(1,1,1,-1),(1,-2,1,-1),(1,-3,2,-3),(-1,1,-2,-1)\},$$

$$D = \{(1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)\}.$$

2. 2.3.14(4) Zistite ktoré z nasledujúcich množín vektorov v $(\mathbb{Z}_5)^4$ sú lineárne závislé resp. nezávislé:

$$A = \{(1,1,1,1),(1,2,1,1),(1,3,2,3),(1,1,2,1)\},$$

$$B = \{(1,-1,1,-1),(1,2,1,-1),(1,-3,2,3),(-1,1,-2,1)\},$$

$$C = \{(1,1,1,-1),(1,-2,1,-1),(1,-3,2,-3),(-1,1,-2,-1)\}.$$

3. 2.3.14(5) Sú $1, t, t^2, t^3 \in \mathbb{R}[t]$ lineárne nezávislé? Sú $2-t, 1, t, t^2, t^3 \in \mathbb{R}[t]$ lineárne závislé?

4. 2.3.14(11) Dokážte, že ak $\mathbb{R}$ chápeme ako vektorový priestor nad poľom $\mathbb{Q}$, tak vektory 1 a x sú v $\mathbb{R}$ lineárne nezávislé práve vtedy, keď číslo x je iracionálne.