

Prednáškové úlohy č. 14 a 15

1. 2.4.15(8) Zistite, či $(1, 2, 3)$, $(2, 2, 1)$, $(1, 2, -1)$ je bázou vektorového priestoru \mathbb{Q}^3 .
2. 2.5.7(3) Nájdite bázu lineárneho súčtu vektorových podpriestorov S a T v \mathbb{R}^3 , ak

$$S = [(1, -1, 2), (1, 1, 1), (2, -3, 1)], \quad T = [(3, -4, 3), (-7, 2, 0), (1, 1, 3)].$$

3. 2.5.7(4) Dokážte, že $A = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid b = c = 0\}$ a $B = \{(0, x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$ sú vektorové podpriestory v \mathbb{R}^3 . Určte dimenziu a nájdite bázu priestoru $A + B$.
1. 2.5.7(5) Dokážte, že ak S a T sú vektorové podpriestory konečne generovaného priestoru V také, že $\dim(S) + \dim(T) > \dim(V)$, tak $S \cap T \neq \{\vec{0}\}$. [Návod: použite Grassmannovu formulu.]
2. 2.5.7(6) Dokážte, že $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$ je vektorový podpriestor a nájdite taký podpriestor $T \subset \mathbb{R}^2$, že $S \oplus T = \mathbb{R}^2$.
3. 2.5.7(7) Nech S a T sú dva rôzne dvojrozmerné podpriestory v \mathbb{R}^3 . Dokážte, že $\dim(S \cap T) = 1$.