

Prednáškové úlohy č. 16 a 17

- 3.1.8(2) Zistite či množina všetkých matíc z $M_{4,4}(\mathbb{Q})$ takých, že súčet všetkých prvkov každej z nich je celočíselný je vektorový podpriestor v $M_{4,4}(\mathbb{Q})$.
- 3.1.8(3) Dokážte, že všetky diagonálne matice typu $n \times n$ nad daným polom tvoria vektorový podpriestor priestoru všetkých symetrických matíc typu $n \times n$. Aká je dimenzia tohto podpriestoru?
- 3.1.8(7) Vyriešte maticovú rovnicu nad \mathbb{R} :

$$\begin{pmatrix} 2 & -6 & 1/3 \\ 1 & 1/2 & 5 \\ 8 & -2 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{4} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3.2.19(2) Pomocou elementárnych riadkových operácií určte hodnotu matíc A, B nad polom \mathbb{R} , ak

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -7 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

[Všimnite si, že i -ty riadok matice B je i -tým stĺpcom matice A , pre všetky i . Ak ste zistili, že $h(A) = h(B)$, nie je to iba zhoda okolností, ako uvidíme neskôr.]

- 3.2.19(3) Určte hodnotu matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 2t & 10 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3,4}(\mathbb{R})$$

v závislosti od hodnôt parametra t .

- 3.2.19(7) Zistite, či matice $A, B \in M_{3,3}(\mathbb{C})$ sú riadkovo ekvivalentné, ak

$$A = \begin{pmatrix} 1-i & 5 & -4 \\ 2+i & i & -2 \\ 1+i & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5i & 7 \\ 2 & 3i & 0 \\ 3 & 2i & -2 \end{pmatrix}.$$

- 3.2.19(10) Ako závisí hodnota reálnej matice $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ t & -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ od hodnôt t ?