Prednáškové úlohy č. 18 a 19

1. 4.1.17(1) Definujme $\frac{d}{dt} : \mathbb{R}[t] \to \mathbb{R}[t]$ ako zobrazenie derivovania. Teda bude
$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i\geq 0} a_i t^i\right) = \sum_{i\geq 1} i a_i t^{i-1}.$$
Presvedčte sa, že zobrazenie $\frac{d}{dt}$ je lineárne.

2. 4.1.17(2) Dokážte, že zobrazenie
$$h : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2, \qquad h(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2, x_3 + x_4)$$
je lineárne.

3. 4.1.17(4) Nech $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ je lineárne zobrazenie také, že $f(1,0,0) = (-1, \frac{1}{3}, 4, \sqrt{2})$, $f(0,1,0) = (0,0,0,0)$, $f(0,0,1) = (-\sqrt{5}, 5, -2, \frac{1}{6})$. Vyrátajte $f(1, \sqrt{2}, -2)$.

1. 4.3.8(1) Vyrátajte súčin AB, ak
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
chápeme ako
(a) matice nad $\mathbb{R}$;
(b) matice nad $\mathbb{Z}_2$.

2. 4.3.8(2) Nájdite všetky matice $X \in M_{2,2}(\mathbb{R})$, pre ktoré $AX = XA$, ak
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$