

Prednáškové úlohy č. 22 a 23

1. 5.2.8(2) Nájdite bázu priestoru riešení reálneho lineárneho systému

$$\begin{aligned}4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 &= 0 \\3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= 0.\end{aligned}$$

[Dimenzia priestoru riešení je 2?]

2. 5.2.8(3) Určte β , pre ktoré má reálny lineárny systém

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 &= 0 \\ \beta x_1 + 4x_2 + 10x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 7x_2 + 17x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 &= 0\end{aligned}$$

jednorozmerný priestor všetkých riešení. [Vyhovujú všetky $\beta \neq 0$?]

3. 5.3.6(2) V závislosti od parametra ε vyriešte reálny lineárny systém

$$\begin{aligned}7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 &= \varepsilon \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 &= 1 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 3 \\ 9x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 11x_4 &= 4.\end{aligned}$$

4. 5.3.6(5) Vyriešte lineárny systém nad \mathbb{Z}_5 :

$$\begin{aligned}4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 &= 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 3.\end{aligned}$$

5. 5.3.6(7) Nájdite a , pre ktoré je reálny lineárny systém

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= a \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 &= 0\end{aligned}$$

riešiteľný.

6. 5.3.6(8) Vyriešte lineárny systém

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= b \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 0\end{aligned}$$

nad \mathbb{Z}_7 v závislosti od parametra b .

1. 6.1.3(2) Určte, ktorý z nasledujúcich súčinov sa vyskytne vo vyjadrení determinantu matice $A = (a_{ij}) \in M_{5,5}(R)$:

$$a_{11}a_{22}a_{34}a_{33}a_{45}, \quad -a_{13}a_{21}a_{32}a_{45}a_{54}, \quad -a_{12}a_{21}a_{35}a_{44}a_{53}.$$

2. 6.1.3(12) Je množina $\{A \in M_{3,3}(R) \mid \det(A) = 0\}$ vektorovým podpriestorom priestoru $M_{3,3}(R)$?
3. 6.2.20(1) Dokážte, že ak $A \in M_{n,n}(R)$ a $\delta \in R$, tak

$$\det(\delta \cdot A) = \delta^n \det(A).$$

4. 6.2.20(2) Nech $a_1, \dots, a_n \in R$ ($n \geq 2$). Vyrátajte

$$\det \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ a_1 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots \\ a_1^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

5. 6.2.20(3) Vyrátajte determinant reálnej matice

$$\begin{pmatrix} 2 & 10 & 8 & 7 \\ 2 & 5 & 5 & 4 \\ 2 & -8 & -8 & -5 \\ 3 & 9 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$