

## Prechod medzi súradnicovými systémami

**Matica prechodu.** Od bázy  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$  k báze  $\vec{b}_1, \dots, \vec{b}_n$  je taká matica  $P$  typu  $n \times n$ , že platí

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= p_{11}\vec{a}_1 + p_{12}\vec{a}_2 + \dots + p_{1n}\vec{a}_n \\ \vec{b}_2 &= p_{21}\vec{a}_1 + p_{22}\vec{a}_2 + \dots + p_{2n}\vec{a}_n \\ &\vdots \\ \vec{b}_n &= p_{n1}\vec{a}_1 + p_{n2}\vec{a}_2 + \dots + p_{nn}\vec{a}_n\end{aligned}$$

Matica prechodu opačným smerom je  $P^{-1}$ .

**Zmena súradníc vo vektorovom priestore.** Ak  $\vec{x}_n$  označuje súradnice vektora v novej báze a  $\vec{x}_s$  jeho súradnice v starej báze, tak máme

$$\begin{aligned}\vec{x}_s &= \vec{x}_n P, \\ \vec{x}_n &= \vec{x}_s P^{-1}.\end{aligned}$$

**Zmena súradníc v afinnom priestore.** Prechod od bázy  $(O, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  k báze  $(O', \vec{a}'_1, \dots, \vec{a}'_n)$  môžeme vyjadriť ako

$$X' = XP^{-1} + B,$$

kde  $B$  sú súradnice bodu  $O$  v  $(O', \vec{a}'_1, \dots, \vec{a}'_n)$ .

Matica  $P$  tu označuje maticu prechodu od  $(O, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  k  $(O', \vec{a}'_1, \dots, \vec{a}'_n)$ , t.j.  $P^{-1}$  je matica prechodu od  $(O, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  k  $(O', \vec{a}'_1, \dots, \vec{a}'_n)$

1. [HZK, 2.3.39] V  $(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$  sú dané afinné súradnicové sústavy  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  a  $(B, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ , kde  $O = (0, 0, 0)$ ,  $\vec{e}_i$  je  $i$ -ty vektor štandardnej bázy a

$$B \equiv (2, 1, 3); \quad \vec{a}_1 = (2, 4, 1); \quad \vec{a}_2 = (0, 4, 4); \quad \vec{a}_3 = (1, 1, 0).$$

Nájdite rovnice určujúce prechod od súradnicovej sústavy  $(B, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$  k súradnicovej sústave  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ . Aké súradnice má bod  $O$  a vektory  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  v súradnicovej sústave  $(B, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{e}_3)$ ?

2. Popíšte prechod od afinnej súradnicovej sústavy  $(O, \vec{a}_1, \vec{a}_2)$  k  $(O', \vec{b}_1, \vec{b}_2)$  pre

$$\begin{array}{ll} O = (1, 1) & O' = (-1, 2) \\ \vec{a}_1 = (2, 1) & \vec{b}_1 = (-1, 1) \\ \vec{a}_2 = (1, 2) & \vec{b}_2 = (2, 3) \end{array}$$

3. [HZK, 2.3.39] Rovnice

$$y_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n + 1; \quad y_2 = x_2 + \dots + x_n + 1; \quad \dots \quad y_n = x_n + 1$$

určujú prechod od súradnicovej sústavy  $(O, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n)$  k súradnicovej sústave  $(O', \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$ . Zistite:

- a) aké rovnice dávajú prechod od  $(O', \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  k  $(O, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n)$ ,
- b) aké súradnice má bod  $O'$  a vektory  $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$  v  $(O, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n)$ ,
- c) aké súradnice má bod  $O$  a vektory  $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n$  v  $(O', \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$ ,
- d) aké súradnice má v  $(O, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_n)$  bod  $M$ , ktorý má v  $(O', \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  súradnice  $(1, 1, \dots, 1)$ ,
- e) aké súradnice má v  $(O', \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  bod  $M$ , ktorý má v  $(O, \vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n)$  súradnice  $(1, 1, \dots, 1)$ .

## Literatúra

[HZK] Milan Hejný, Valent Zát'ko, and Pavel Krššák. *Geometria 1*. SPN, Bratislava, 1985.