

## D.Ú.-sada 6

1. Dokážte, že ak  $p$  aj  $p^2 + 2$  sú prvočísla, tak aj  $p^3 + 2$  je prvočíslo. Koľko takých trojíc existuje?
2. Dokážte, že prirodzené číslo  $n > 1$ , ktorého desiatkový zápis pozostáva zo samých jednotiek, nemôže byť štvorcom prirodzeného čísla.
3. Dokážte, že  $\prod_{t|n} t = n^{d(n)/2}$ .
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a)  $x^2 + 5x \equiv 12 \pmod{31}$ , b)  $x^2 \equiv 19 \pmod{30}$ .
5. Dokážte, že ak  $p$  je prvočíslo a  $p = 4k + 1$ , tak  $\sum_{\substack{a=1 \\ (a|p)=1}}^{p-1} a = \frac{p(p-1)}{4}$ .