

## D.Ú.–sada 7

1. Nájdite všetky čísla  $p$  také, že  $p$ ,  $p + 2$  aj  $p + 4$  sú prvočísla.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že  $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$ .
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a)  $x^2 \equiv 17 \pmod{29}$ , b)  $3x^2 \equiv 12 \pmod{23}$ , c)  $2x^2 \equiv 27 \pmod{41}$ .
5. Dokážte, že ak  $p$  je prvočíslo a  $p = 4k + 1$ , tak  $\sum_{\substack{a=1 \\ (a|p)=1}}^{p-1} a = \frac{p(p-1)}{4}$ .