

### D.Ú.–sada 8

1. Dokážte, že ak  $(a, b) = 1$ , tak  $(a + b, a - b)$  je 1 alebo 2.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že  $\sum_{t|n} d(t)^3 = (\sum_{t|n} d(t))^2$ .
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a)  $x^2 \equiv 3 \pmod{31}$ , b)  $x^2 \equiv 5 \pmod{31}$ , c)  $x^2 \equiv 631 \pmod{1093}$ .
5. Dokážte, že ak  $p$  je prvočíslo a  $p = 4k + 1$ , tak  $\sum_{a=1}^{p-1} a \left(\frac{a}{p}\right) = 0$ .