

D.Ú.–sada 10

1. Dokážte, že $21 \mid 3n^7 + 7n^3 + 11$ pre ľubovoľné $n \in \mathbb{Z}$.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že $\sum_{t|n} d(t)^3 = (\sum_{t|n} d(t))^2$.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 17 \pmod{29}$, b) $3x^2 \equiv 12 \pmod{23}$, c) $2x^2 \equiv 27 \pmod{41}$.
5. Dokážte, že ak p je prvočíslo a $p = 4k + 1$, tak $\sum_{a=1}^{p-1} a \left(\frac{a}{p}\right) = 0$.