

### D.Ú.-sada 14

1. Ukážete, že  $p_{n+2} > 3n$  pre  $n \geq 1$ .
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že  $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$ .
4. Aký je počet riešení kongruencií a)  $x^2 \equiv 226 \pmod{563}$ , b)  $x^2 \equiv 429 \pmod{563}$ ?
5. Zistite, pre ktoré prvočísla platí  $\left(\frac{-3}{p}\right) = 1$  a pre ktoré  $\left(\frac{-3}{p}\right) = -1$ .