

D.Ú.–sada 17

1. Dokážte, že ak p aj $p^2 + 2$ sú prvočísla, tak aj $p^3 + 2$ je prvočíslo. Koľko takých trojíc existuje?
2. Nájdite všetky prirodzené čísla n , pre ktoré $2^n - 1$ je deliteľné 7.
3. Dokážte, že $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 3 \pmod{31}$, b) $x^2 \equiv 5 \pmod{31}$, c) $x^2 \equiv 631 \pmod{1093}$.
5. Dokážte, že ak p je prvočíslo a $p = 4k + 1$, tak $\sum_{a=1}^{p-1} a \left(\frac{a}{p}\right) = 0$.