Domáca úloha č. 6

Zverejnená 7.3.2017 - odovzdáva sa najneskôr na prednáške 20.3.2017.
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

Za predpokladu, že A, B, A_i, B_i (pre každé $i \in \mathbb{N}$) sú ľubovoľné množiny, dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia.

Poznámka 1: Tvrdenia v prvej úlohe by sa mohli dať dokázať matematickou indukciou. Skúste sa zamyslieť nad tým, či sa dá matematická indukcia použiť aj v druhej úlohe, alebo to treba dokazovať nejakým iným spôsobom.

Poznámka 2: Aj ste schopní dokázať tvrdenia v druhej časti a potom vysvetliť, že z nich vyplývajú tvrdenia v prvej časti, tak to je samozrejme úplne legitímne riešenia. (A ak budú vaše argumenty správne, tak znamená plný počet bodov.) Stručne: Môžete to riešiť v inom poradí, ako je to zadané – ak vám to nejako pomôže.

1. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i\right) = \bigcap\limits_{i=0}^{n} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (d) Ak pre niektoré $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i\right) \cap B = \emptyset$.
2. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i\right) = \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (d) Ak pre nejaké $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i\right) \cap B = \emptyset$.

a: MB, DK, LK, BM, MO, JW,
b: JĎ, TH, LM, TK, MŠt, ,
c: JK, AO, LR, MŠp, LV,
d: JČ, MK, VK, MU, MV, ,