

## Domáca úloha č. 10

Zverejnená 21.3.2017 - odovzdáva sa najneskôr na prednáške 3.4.2017.  
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel  $\aleph_0$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $2^{\mathfrak{c}}$ ,  $2^{2^{\mathfrak{c}}}$ ):  
a)  $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$ ; b)  $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$ ; c)  $\aleph_0^{\mathfrak{c}}$ ; d)  $\mathfrak{c} \cdot \aleph_0$
2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel  $\aleph_0$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $2^{\mathfrak{c}}$ ,  $2^{2^{\mathfrak{c}}}$ ):  
a)  $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$ ; b)  $\mathfrak{c}^{2^{\mathfrak{c}}}$ ; c)  $\aleph_0 \cdot 2^{\mathfrak{c}}$ ; d)  $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$ ;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností  $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$  a  $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$ . (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti  $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$ , ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis  $a^{b^c}$ , myslí sa tým  $a^{(b^c)}$  a nie  $(a^b)^c$ . (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo  $(a^b)^c$  by sme mohli prepísať ako  $a^{bc}$ ; ale pre istotu som to zdôraznil.)

- a: MB, DK, LK, BM, MO, JW,  
b: JĎ, TH, LM, TK, MŠt, ,  
c: JK, AO, LR, MŠp, LV,  
d: JČ, MK, VK, MU, MV, ,