

## Domáca úloha č. 3

Zverejnená 13.10.2015 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach 26.10.

1. Nech  $G$  je množina všetkých funkcií  $f_{a,b}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ktoré sú tvaru  $f_{a,b}(x) = ax + b$  pre nejaké reálne čísla  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tvorí táto množina funkcií s operáciou skladania zobrazení grupu? Je množina  $\{f_{a,b}; a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$  s operáciou skladania zobrazení grupu? Dostaneme grupu, ak vezmeme len také  $a, b \in \mathbb{R}$ , že  $a = 1$ ? V tých prípadoch, keď dostaneme grupu, je táto grupa komutatívna?

2. Zistite, či  $(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}, \square)$ , kde pre každé  $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$  definujeme  $(a, b)\square(c, d) = (2ac, b + d)$ , je grupa. (Symbol  $\mathbb{R}^+$  označuje množinu kladných reálnych čísel.)

3. Nech  $M = \{f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}$ , t.j.  $M$  je množina všetkých zobrazení z  $\mathbb{N}$  do  $\mathbb{N}$ . Uvažujme na tejto množine operáciu skladania zobrazení. Je táto operácia asociatívna, komutatívna? Má neutrálny prvok? Existujú prvky množiny  $M$ , ktoré majú viac než jeden ľavý inverzný prvok? Existujú také prvky, ktoré majú viac než jeden pravý inverzný prvok. (Pod ľavým neutrálnym prvkom k prvku  $a$  rozumieme taký prvok  $b$ , že platí  $b * a = e$ , kde  $e$  označuje neutrálny prvok. Pravý inverzný prvok definujeme analogicky.)

4. Nech  $G = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$ . Definujme na tejto množine binárnu operáciu  $*$  predpisom  $(a, b) * (c, d) = (a + bc, bd)$ . Je to skutočne binárna operácia? Je  $(G, *)$  grupa? Je to komutatívna grupa?

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z