

### D.Ú.–sada 9

1. Dokážte, že pre každé  $n \in \mathbb{N}$  platí  $9 \mid (n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3$ .
2. Vypočítajte posledné tri cifry desiatkového zápisu čísla  $777^{401}$ .
3. Dokážte, že  $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$ .
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a)  $x^2 + 5x \equiv 12 \pmod{31}$ , b)  $x^2 \equiv 19 \pmod{30}$ .
5. Dokážte, že ak  $p$  je prvočíslo a  $p = 4k + 1$ , tak  $\sum_{\substack{a=1 \\ (a|p)=1}}^{p-1} a = \frac{p(p-1)}{4}$ .