Domáca úloha č. 10

Zverejnená 26.3.2018 - odovzdáva sa najneskôr 9.4.2018.
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$; c) ${\aleph_0}^{\mathfrak{c}}$; d) $\mathfrak{c} \cdot \aleph_0$
2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{2^{\mathfrak{c}}}$; c) $\aleph_0 \cdot 2^{\mathfrak{c}}$; d) $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis a^{b^c}, myslí sa tým $a^{(b^c)}$ a nie $(a^b)^c$. (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo $(a^b)^c$ by sme mohli prepísať ako a^{bc}; ale pre istotu som to zdôraznil.)
a: TA, AM, MO, SS, JŠ, ,
b: AF, MJ, MS, JK, PV, ,
c: BP, KŠ, AT, LŤ, ,
d: AE, LK, MP, JŽ, , ,