

## Domáca úloha č. 11

Zverejnená 26.3.2018 - odovzdáva sa najneskôr 9.4.2018.

Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Nájdite kardinalitu danej množiny:  
a)  $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}$ ; b)  $\mathbb{Q} \times \mathbb{R}$ ; c)  $\mathbb{R} \times \mathbb{N}$ ; d)  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ;
2. Nájdite kardinalitu danej množiny:  
a)  $\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$ ; b)  $\mathbb{Q}^{\mathbb{R}}$ ; c)  $\mathbb{R}^{\mathbb{N} \times \mathbb{N}}$ ; d)  $\mathbb{C}^{\mathbb{Q}}$ ;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností  $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$  a  $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$ . (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti  $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$ , ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Takisto môžete používať známe kardinality číselných množín:  $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$  a  $|\mathbb{R}| = |\mathbb{C}| = \mathfrak{c}$ . Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Výsledok by mal byť upravený na niektoré z kardinálnych čísel  $\aleph_0$ ,  $\mathfrak{c}$ ,  $2^{\mathfrak{c}}$ ,  $2^{2^{\mathfrak{c}}}$ .

- a: TA, AM, MO, SS, JŠ, ,  
b: AF, MJ, MS, JK, PV, ,  
c: BP, KŠ, AT, LĽ, ,  
d: AE, LK, MP, JŽ, , ,