Domáca úloha č. 3

Zverejnená 2.10.2018 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach 22.10 a 23.10.

1. Zistite, či $(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}, \Box)$, kde pre každé $(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ definujeme $(a,b)\Box(c,d) = (\frac{1}{2}ac, b+d)$, je grupa. (Symbol $\mathbb{R}^+$ označuje množinu kladných reálnych čísel.)

2. Zistite, či $(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}, \Box)$, kde pre každé $(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ definujeme $(a,b)\Box(c,d) = (2ac, b+d)$, je grupa. (Symbol $\mathbb{R}^+$ označuje množinu kladných reálnych čísel.)

3. Nech $M = \{f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}$, t.j. M je množina všetkých zobrazení z $\mathbb{N}$ do $\mathbb{N}$. Uvažujme na tejto množine operáciu skladania zobrazení. Je táto operácia asociatívna, komutatívna? Má neutrálny prvok? Existujú prvky množiny M, ktoré majú viac než jeden ľavý inverzný prvok? Existujú také prvky, ktoré majú viac než jeden pravý inverzný prvok. (Pod ľavým inverzným prvkom k prvku a vzhľadom na operáciu $*$ rozumieme taký prvok b, že platí $b * a = e$, kde e označuje neutrálny prvok. Pravý inverzný prvok definujeme analogicky.)

4. Nech $G = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$. Definujme na tejto množine binárnu operáciu $*$ predpisom $(a,b) * (c,d) = (a + bc, bd)$. Je to skutočne binárna operácia? Je $(G, *)$ grupa? Je to komutatívna grupa?

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 rieši A–D, 2 rieši E–K, 3 rieši L–R, 4 rieši S–Z