

Zverejnená: 8. októbra 2021.

Termín na odovzdanie: cvičenia počas štvrtého týždňa semestra, t.j. 22. októbra 2021.

Uvažujme funkcie $f_i: \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ definované ako

$$\begin{aligned} id(x) = f_1(x) &= x & f_4(x) &= \frac{1}{1-x} \\ f_2(x) &= \frac{1}{x} & f_5(x) &= \frac{x-1}{x} \\ f_3(x) &= 1-x & f_6(x) &= \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

Označme $G = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$. Platí, že zloženie dvoch funkcií z G opäť patrí do G . (Toto berte ako zadaný fakt, ktorý netreba overovať – aj keď toto vlastne dostaneme, ak dáme dokopy veci, ktoré vypočítate pri riešení úloh v jednotlivých skupinách.)

1. Zistite, či každý prvok $f_i \in G$ je bijekcia a či G obsahuje aj inverznú funkciu f_i^{-1} .
2. Zdôvodnite, že G s operáciou skladania zobrazení tvorí grupu.
3. Vypočítajte, čomu sa rovnajú zložené zobrazenia uvedené pre vašu skupinu. (Uvedte aj postup, ktorým ste sa dostali k výsledku.)

- (A) $f_2 \circ f_3, f_3 \circ f_2, f_2 \circ f_4, f_3 \circ f_5, f_4 \circ f_3$
(B) $f_2 \circ f_6, f_6 \circ f_2, f_2 \circ f_5, f_6 \circ f_4, f_5 \circ f_6$
(C) $f_3 \circ f_6, f_6 \circ f_3, f_3 \circ f_4, f_6 \circ f_5, f_5 \circ f_3$
(D) $f_4 \circ f_4, f_5 \circ f_5, f_4 \circ f_2, f_4 \circ f_6, f_5 \circ f_2$

Toto už nie je súčasťou zadania – ale môžete sa zamyslieť aj nad tým, či sa nejako viete presvedčiť, že táto grupa je izomorfná s grupou (S_3, \circ) .

\circ	id	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
id						
f_2						
f_3						
f_4						
f_5						
f_6						

Skupina, ktorú riešite:

A: VF, VG, MKa, HK, BS, MT, AT, MZ

B: DBe, SB, TK, NN, MPj, MPo, LV, AV

C: MKv, SAK, KM, DMa, DMi, TŠ, MŽ

D: DBa, TDD, MF, KF, BR, KS, RV,

(Ak ste sa v tomto zozname nenašli, tak ma kontaktujte.)