

Domáca úloha č. 2

Zverejnená 14.2.2022 - odovzdáva sa najneskôr 28.2.2022. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)

Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

Poznámka k tejto d.ú.: Ako som spomínal aj na prednáške, tak v budúcnosti budeme používať podobné tvrdenia týkajúce sa výrokov s kvantifikátormi bez toho, že by ich bolo treba detailne zdôvodniť. Tieto prvé príklady sú však na to, aby ste si trochu precvičili to, či viete rozoznať, ktoré tvrdenia platia a ktoré nie – preto v tomto prípade by som chcel, aby ste skúsili napísať aj nejaké zdôvodnenie.

1. Nech p je výrok a $Q(x)$ je výroková funkcia. Zistite, či platí uvedená ekvivalencia. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

(a) $p \wedge (\exists x)Q(x) \Leftrightarrow (\exists x)(p \wedge Q(x))$

(b) $p \vee (\exists x)Q(x) \Leftrightarrow (\exists x)(p \vee Q(x))$

(c) $p \wedge (\forall x)Q(x) \Leftrightarrow (\forall x)(p \wedge Q(x))$

(d) $p \vee (\forall x)Q(x) \Leftrightarrow (\forall x)(p \vee Q(x))$

2. Zistite, či platí uvedená implikácia. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

(a) $(\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x)]$

(b) $(\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)]$

(c) $(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)]$

(d) $[(\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x)] \Rightarrow (\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x))$

a: TB, RO, LP, JS, LVf, ,

b: MF, JK, ZŠ, MK, , ,

c: JP, LVa, , , ,

d: VF, AK, AS, , , ,