

Domáca úloha č. 6

Zverejnená 21.3.2022 - odovzdáva sa najneskôr 4.4.2022. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)

Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

Za predpokladu, že A, B, A_i, B_i (pre každé $i \in \mathbb{N}$) sú ľubovoľné množiny, dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia.

Poznámka 1: Tvrdenia v prvej úlohe by sa mohli dať dokázať matematickou indukciou. Skúste sa zamyslieť nad tým, či sa dá matematická indukcia použiť aj v druhej úlohe, alebo to treba dokazovať nejakým iným spôsobom.

Poznámka 2: Aj ste schopní dokázať tvrdenia v druhej časti a potom vysvetliť, že z nich vyplývajú tvrdenia v prvej časti, tak to je samozrejme úplne legitímne riešenie. (A ak budú vaše argumenty správne, tak znamená plný počet bodov.) Stručne: Môžete to riešiť v inom poradí, ako je to zadané – ak vám to nejako pomôže.

1. (a) $B \cup \left(\bigcap_{i=0}^n A_i \right) = \bigcap_{i=0}^n (B \cup A_i)$
(b) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup_{i=0}^n A_i \subseteq \bigcup_{i=0}^n B_i$.
(c) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap_{i=0}^n A_i \subseteq \bigcap_{i=0}^n B_i$.
(d) Ak pre niektoré $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap_{i=0}^n A_i \right) \cap B = \emptyset$.
2. (a) $B \cup \left(\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \right) = \bigcap_{i=0}^{\infty} (B \cup A_i)$
(b) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} B_i$.
(c) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcap_{i=0}^{\infty} B_i$.
(d) Ak pre nejaké $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i \right) \cap B = \emptyset$.

a: TB, RO, LP, JS, LVr, ,

b: MF, JK, ZŠ, MK, , ,

c: JP, LVa, , , ,

d: VF, AK, AS, , , ,