Domáca úloha č. 10

Zverejnená 28.3.2022 - odovzdáva sa najneskôr 18.4.2022. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^\mathfrak{c}$, $2^{2^\mathfrak{c}}$):
   a) $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^\mathfrak{c}$; c) ${\aleph_0}^\mathfrak{c}$; d) $\mathfrak{c}\cdot\aleph_0$

2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^\mathfrak{c}$, $2^{2^\mathfrak{c}}$):
   a) $(2^\mathfrak{c})^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{2^\mathfrak{c}}$; c) $\aleph_0\cdot 2^\mathfrak{c}$; d) $(2^\mathfrak{c})^\mathfrak{c}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$ a $\mathfrak{c}=2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a+b=a\cdot b=\max\{a,b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis a^{b^c}, myslí sa tým $a^{(b^c)}$ a nie $(a^b)^c$. (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo $(a^b)^c$ by sme mohli prepísať ako a^{bc}; ale pre istotu som to zdôraznil.)
a: TB, RO, LP, JS, LVr, ,
b: MF, JK, ZŠ, MK, , ,
c: JP, LVa, , , ,
d: VF, AK, AS, , , ,