

Domáca úloha č. 12

Zverejnená 4.4.2022 - odovzdáva sa najneskôr 25.4.2022. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeníach.)

Táto d.ú. je za 6 bodov.

Zistite, či uvedené tvrdenie platí pre ľubovoľné nekonečné kardinálne čísla a, b, c . Ak platí, tak ho dokažte. Ak nie uveďte kontrapríklad (a zdôvodnite, že je to skutočne kontrapríklad).

a) $a^b = a^c \Rightarrow b = c$

b) $b^a = c^a \Rightarrow b = c$

c) $a^b \leq a^c \Rightarrow b \leq c$

d) $b^a \leq c^a \Rightarrow b \leq c$

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\aleph_0^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.)

a: TB, VF, AS, ZŠ, , , ,

b: MF, AK, LP, LVa, , ,

c: MK, JK, JS, , , ,

d: JP, LVr, , RO, , , ,