

Kuželosečky

17. apríla 2023

Kuželosečky

- ▶ Kuželosečky: Elipsa, hyperbola, parabola
- ▶ Pravdepodobne poznáte zo strednej školy.
- ▶ Tu potrebujeme poznať ich rovnice.

Kuželosečky

Rovnice so stredom (0, 0):

- ▶ Elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- ▶ Hyperbola

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- ▶ Parabola

$$2py = x^2$$

Kružnica

- ▶ Stred v bode $(0, 0)$:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

- ▶ Parametrizácia: $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $t \in [0, 2\pi]$

- ▶ Stred v bode (m, n) :

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$$

- ▶ Dotyčnica v bode (x_0, y_0)

$$xx_0 + yy_0 = r^2.$$

Elipsa

- ▶ Sůčet vzdialeností od zadaných dvoch bodov (ohnísk) konštantný.
- ▶ Rovnica:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elipsa

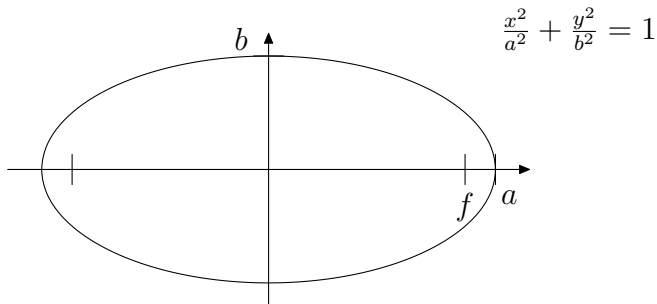


Figure: Elipsa s rovnicou $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ a ohniskami $(0 \pm f)$

Elipsa

rovnica	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
parametrizácia	$x = a \cos t, y = b \sin t$
súradnice ohnísk	$(0, \pm f)$ pre $f = \sqrt{a^2 - b^2}$
dotyčnica v (x_0, y_0)	$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$

Hyperbola

- ▶ Rozdiel vzdialeností od zadaných dvoch bodov (ohnísk) konštantný.
- ▶ Rovnica:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Hyperbola

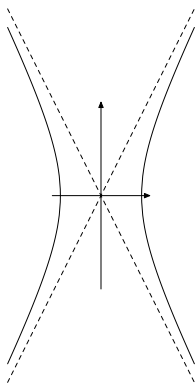


Figure: Hyperbola s rovnicou $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ a asymptotami $\frac{x}{a} = \pm \frac{y}{b}$

Hyperbola

rovnica	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
asymptoty	$\frac{x}{a} = \pm \frac{y}{b}$
parametrizácia	$x = a \cosh t, y = b \sinh t$
ohniská	$(0, \pm f)$ pre $f = \sqrt{a^2 + b^2}$
dotyčnica v (x_0, y_0)	$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Hyperbola

$$\begin{aligned}x_1 x_2 &= C \\ y_1 &= \frac{x_1 + x_2}{2}, y_2 = \frac{x_1 - x_2}{2} \\ y_1^2 - y_2^2 &= C\end{aligned}$$

Parabola

- ▶ Vzdialenosť od priamky d a bodu F je rovnaká, t.j.
 $|XF| = |Xd|$.
- ▶ Rovnica:

$$2py = x^2$$