Domáca úloha č. 5

Úloha 1. Nech $S = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$. Ukážte, že existujú množiny V, H také, že $S = V \cup H$, prienik V sa každou vertikálnou priamkou v rovine $\mathbb{R}^2$ je konečný a prienik H sa každou horizontálnou priamkou je konečný. (T.j. pre každé $x \in \mathbb{Q}$ sú množiny $\{y \in \mathbb{Q}; (x,y) \in V\} = \{x\} \times \mathbb{Q} \cap V$ aj $\{y \in \mathbb{Q}; (y,x) \in H\} = \mathbb{Q} \times \{x\} \cap H$ konečné.) (3 body)

Pozn.: Na prednáške som urobil slabšiu verziu. (To čo som v skutočnosti chcel urobiť je toto.) A navyše som to robil ku koncu hodiny, takže pomerne narýchlo.
Môžete vyskúšať buď nejako poriadne dokončiť niektorý z dôkazov, čo bol naznačený na prednáške – a samozrejme ak sa dozviem aj nejaký iný dôkaz, tak to bude fajn.