

Termín na odovzdanie: 15. novembra 2022 (na cvičeniach).

8. novembra bolo v utorok namiesto výberového cvika povinné – aj tak som ale pridal nové zadanie; aby ste mali možnosť zbierať body.

Majme štvorprvkovú množinu $F = \{0, 1, a, b\}$ a binárne operácie $+$, \cdot na tejto množine. Ak viete, že $(F, +, \cdot)$ je pole, tak doplňte zvyšok zadaných tabuliek:

$+$	0	1	a	b	\cdot	0	1	a	b
0	0	1	a	b	0	0	0	0	0
1		0			1	0	1	a	b
a			0		a				
b				0	b				

T.j. v tabuľkách máme zadané, že $0 + x = x$ a $x + x = 0$ pre všetky $x \in F$. A tiež to, že $0 \cdot x = 0$ a $1 \cdot x = x$ pre všetky $x \in F$.

Zdôvodnite, prečo váš výsledok je jediná možnosť, ako sa tieto tabuľky dajú doplniť. (To, či na konci naozaj vyšlo pole, overovať nemusíte.)

Poznámka. Jeden z dôvodov, prečo som pridal takýto príklad, je ukázať, že existuje aj štvorprvkové pole. (Z konečných polí ste sa zatiaľ stretli s polami, ktoré majú prvočíselný počet prvkov. Neskôr sa na iných predmetoch dozviete, že existujú aj iné konečné polia a aj to ako všetky také polia vyzerajú. Z toho, čo sa naučíte tam, sa štvorprvkové pole bude dať dostať oveľa jednoduchšie – tu vlastne máme zadanú tabuľku sčítovania a násobenia, ale nevieme, prečo sa hodia práva takéto operácie.)