Termín na odovzdanie: cvičenia počas tretieho týždňa semestra.

Čomu sa pre zadané matice nad poľom $\mathbb{R}$ rovnajú determinanty $\det(AB)$ a $\det(BA)$? Dá sa hodnota niektorého z týchto dvoch determinantov zistiť už na základe rozmerov matíc – bez toho aby sme museli počítať súčin?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas tretieho týždňa semestra.

Nech A je matica 3×3 nad poľom $\mathbb{R}$ taká, že $\det(A) = 1$. Nech B je matica, ktorú dostanem z A, ak každý riadok zobrazím lineárnym zobrazením $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ zadaným predpisom

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3, 3x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 + x_2 + x_3).$$

Čomu sa rovná $\det(B)$? (Zdôvodnite, prečo je to tak.)

Termín na odovzdanie: cvičenia počas štvrtého týždňa semestra (8. marca).

Nájdite ortogonálnu bázu priestoru $S \cap T$, kde

$$S = [(1,-1,0,0,0),(1,1,1,1,1),(0,0,0,1,-1),(1,2,3,2,1)]$$
$$T = [(1,1,-1,1,0),(0,1,1,2,1),(0,1,-1,0,0),(0,0,0,2,-1)]$$

Pracujeme v $\mathbb{R}^5$ so štandardným skalárnym súčinom.

Termín na odovzdanie: cvičenia počas piateho týždňa semestra (15. marca).

Pre daný podpriestor S v $\mathbb{R}^4$ so štandardným skalárnym súčinom:
a) Nájdite maticu P ortogonálnej projekcie na S.
b) Nájdite všetky vektory $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$ také, že $\vec{x}P = -\vec{x}$.
(Uveďte aj postup resp. zdôvodnenie, ktorým ste sa dostali k výsledku.)

$$S = [(1, 0, 2, 2), (1, 2, 0, -2), (2, 1, 3, 2)]$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas šiesteho týždňa semestra (22. marca).

Zistite, či zadané body $A_0, A_1, A_2, A_3 \in \mathbb{R}^3$ tvoria barycentrický súradnicový systém. Zistite, či aj body $B_0 = A_0$, $B_1 = 2A_0 - A_1$, $B_2 = 2A_0 - A_2$, $B_3 = 2A_0 - A_3$ tvoria barycentrický súradnicový systém.
$A_0 = (1, 1, 1)$
$A_1 = (2, 0, 2)$
$A_2 = (1, 1, 2)$
$A_3 = (1, 2, 2)$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas siedmeho týždňa semestra (29. marca).

Pre dané roviny α, β v $\mathbb{R}^4$ nájdite ich prienik. Zistite, či sú rovnobežné, rôznobežné, mimobežné (alebo či nenastane ani jedna z týchto možností).

$$\alpha \equiv \{(x_1, x_2, x_3, x_4); 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2\}$$

$$\beta \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + s + t \\ x_2 = 2s + t \\ x_3 = -1 + t \\ x_4 = 1 + s \end{cases}$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas ôsmeho týždňa semestra (5. apríla).

V afinnom priestore $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ máme dané body A_0, A_1, A_2, A_3 a B_0, B_1, B_2, B_3 Nájdite predpis afinného zobrazenie $(f, \varphi)\colon (\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \to (\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ takého, že $f(A_i) = B_i$ pre $i = 0, 1, 2, 3$. Je toto zobrazenie určené jednoznačne? Je to afinný izomorfizmus?

$$
\begin{aligned}
A_0 &= (1, 0, 2) & B_0 &= (-2, 1, 1)\\
A_1 &= (1, -2, 0) & B_1 &= (0, -1, 3)\\
A_2 &= (2, -1, 3) & B_2 &= (-2, -2, 1)\\
A_3 &= (1, 1, 1) & B_3 &= (0, 3, 3)
\end{aligned}
$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas deviateho týždňa semestra (12. apríla).

Nájdite vzdialenosť roviny α a priamky p v priestore $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$.

$$\alpha \equiv \{(x_1, x_2, x_3, x_4); x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, x_2 + x_3 + 3x_4 = -1\}$$

$$p \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + t \\ x_2 = 3 + t \\ x_3 = 1 - t \\ x_4 = -2 + t \end{cases}$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas jedenásteho týždňa semestra (26. apríla).
Budúci týždeň je v stredu dekanské voľno – preto je teraz termín na odovzdanie dvojtýždňový.
(Budúci týždeň ani nepribudne nová úloha na odovzdávanie.)

Metódou najmenších štvorcov nájdite približné riešenie systému $A \cdot X = B$, kde:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas dvanásteho týždňa semestra (3. mája).

Pre danú maticu A nájdite diagonálnu maticu D a regulárnu maticu P tak, že platí $PAP^{-1} = D$. (Alebo zdôvodnite, že také matice neexistujú.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Termín na odovzdanie: cvičenia počas posledného týždňa semestra (10. mája).

Pre danú maticu $A \in M_{3,3}(\mathbb{C})$ nájdite jej Jordanov tvar.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Termín na odovzdanie: druhý piatok v skúškovom obdoní (26. mája).

Zistite, či daná symetrická matica je kladne definitná a nájdite kanonický tvar zodpovedajúcej kvadratickej formy.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Termín na odovzdanie: druhý piatok v skúškovom obdoní (26. mája).

Pre danú maticu A nad poľom $\mathbb{R}$ nájdite **ortogonálnu** maticu P a diagonálnu maticu D tak, aby platilo $PAP^T = D$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$