

D.Ú.–sada 6

1. Dokážte, že pre $\alpha > -1$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\alpha+1}}{\sum_{k=1}^n k^{\alpha}} = \alpha + 1$.
2. Nech $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$. Dokážte, že existuje podmnožina $A \subseteq \mathbb{N}$ taká, že $d(A) = \alpha$.
3. Nájdite riešenia lineárnych diofantických rovníc:
 - a) $2x + 3y = 4$,
 - b) $17x + 19y = 23$.
4. Ak x, y, z je primitívna pytagorovská trojica, tak $60 \mid xyz$.