

Zadaná 14. novembra 2022. Termín odovzdania: do prednášky **21. novembra 2022**.

Vyberte si ktorúkoľvek zo zadaných úloh.

Úloha 1. Pre danú množinu A a reláciu \sim overte, či ide o reláciu ekvivalencie:

a) $A = \mathbb{N}$, $x \sim y \Leftrightarrow 3 \mid x + 2y$;

b) $A = \mathbb{R}$, $x \sim y \Leftrightarrow |x - y| \leq 1$.

(Uveďte aj zdôvodnenie prečo to je resp. nie je relácia ekvivalencie.)

Úloha 2. Nech $R = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ je množina všetkých funkcií z \mathbb{R} do \mathbb{R} . Na tejto množine vieme definovať operácie sčítovania a násobenia ako

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

Dostaneme takto okruhu. (To nemusíte overovať - považujte to za dané.)

Nech $a \in \mathbb{R}$. Ukážte, že potom množina

$$I = \{f \in R; f(a) = 0\}$$

tvorí ideál v okruhu \mathbb{R} .

Vedeli by ste nájsť homomorfizmus $\varphi: R \rightarrow \mathbb{R}$, ktorého jadrom je tento ideál?