

Grafy – základné pojmy

4. apríla 2024

Definícia grafu

Definícia

Nech V je konečná množina a E je nejaká množina dvojprvkových podmnožín množiny V . Potom dvojicu $G = (V, E)$ nazývame *graf*. Prvky množiny V voláme *vrcholy* a prvky množiny E voláme *hrany* grafu G .

Pre daný graf budeme označovať $V(G)$ jeho množinu vrcholov a $E(G)$ jeho množinu hrán.

Definícia grafu

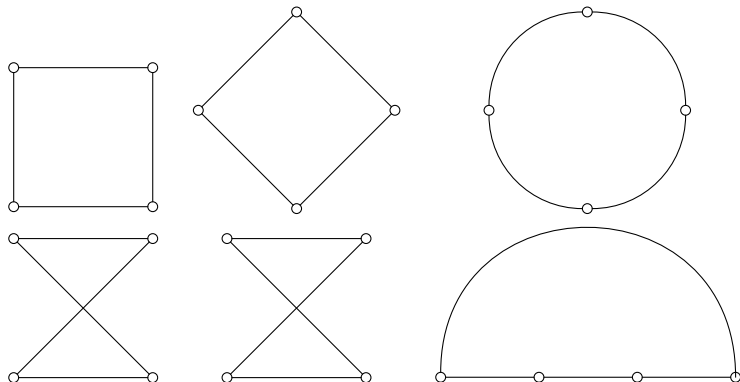


Figure: Ten istý graf nakreslený rôznymi spôsobmi

Definícia grafu

- ▶ susedné vrcholy
- ▶ nesusedné vrcholy
- ▶ susedný vrchola a hrana

Definícia grafu

Zovšeobecnenia:

- ▶ násobné hrany
- ▶ slučky
- ▶ orientované hrany

Stupeň vrchola

Definícia

Nech $G = (V, E)$ je graf a $u \in V$. Potom počet vrcholov, ktoré sú susedné s vrcholom u *stupeň vrchola*. Budeme ho označovať $\deg(v)$ alebo niekedy aj $\deg_G(v)$. (Najmä vtedy, ak bude treba zdôrazniť, s ktorým grafom pracujeme.)

Stupeň vrchola

Tvrdenie

Nech $G = (V, E)$ je graf. Potom platí

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|.$$

Teda súčet stupňov je vždy párny.

Dôsledok

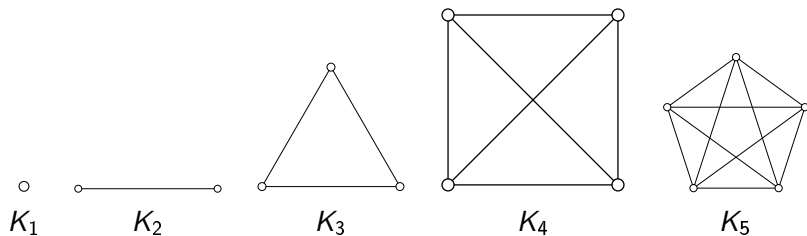
V ľubovoľnom grafe je počet vrcholov nepárneho stupňa párny.

Komplexný graf K_n

Definícia

Ak V má n prvkov a E obsahuje všetky dvojprvkové podmnožiny množiny V , tak graf $G = (V, E)$ nazývame *kompletný graf* na n vrchoch a označujeme K_n .

Kompletný graf K_n má n vrcholov a $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ hrán.

Komplexný graf K_n Figure: Kompletné grafy K_1 až K_5

Izomorfizmus grafov

Definícia

Nech $G = (V, E)$ a $G' = (V', E')$ sú grafy a $f: V \rightarrow V'$ je zobrazenie. Zobrazenie f je izomorfizmus grafov ak f je bijekcia a pre ľubovoľné $u, v \in V$ platí

$$\{u, v\} \in E \quad \Leftrightarrow \quad \{f(u), f(v)\} \in E'.$$

Dva grafy G a G' sú *izomorfné*, ak existuje izomorfizmus medzi G a G' .

Podgraf

Definícia

Nech $G = (V, E)$ je graf. Graf $G' = (V', E')$ sa nazýva *podgraf* grafu G ak $V' \subseteq V$ a $E' \subseteq E$.

Ak množina E' obsahuje všetky hrany z E , ktorých koncové vrcholy ležia vo V' , tak $G' = (V', E')$ je *indukovaný podgraf* alebo tiež podgraf grafu G indukovaný množinou vrcholov V' . Stručnejšie:

$$E' = E \cap V'^{[2]}.$$

Komplement grafu

Definícia

Nech $G = (V, E)$. Potom *komplement grafu* G je graf $G = (V, E')$ taký, že

$$E' = V^{[2]} \setminus E.$$