Zadaná 26. októbra 2023. Termín odovzdania: do prednášky **16. novembra**.
Interval na odovzdávanie som nechal dlhší – aby ste na ten istý termín nemuseli odovzdávať dve úlohy.

Vyberte si v prvej aj v druhej časti jednu z úloh a) až d). (T.j. ak budete odovzdávať túto úlohu, mali by ste vypočítať jeden kardinál z časti 1 a jeden kardinál z časti 2.)

Úloha 1.

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$; c) ${\aleph_0}^{\mathfrak{c}}$; d) $\mathfrak{c}\cdot\aleph_0$

2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$; b) ${\aleph_0}^{2^{\mathfrak{c}}}$; c) $2^{\mathfrak{c}}\cdot 2^{2^{\mathfrak{c}}}$; d) $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$ a $\mathfrak{c}=2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade na stránke predmetu – v súbore `prehlad.pdf`[1] s výnimkou rovnosti $a+b=a\cdot b=\max\{a,b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis a^{b^c}, myslí sa tým $a^{(b^c)}$ a nie $(a^b)^c$. (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo $(a^b)^c$ by sme mohli prepísať ako a^{bc}; ale pre istotu som to zdôraznil.)

[1] `https://msleziak.com/vyuka/2023/vpa/prehlad.pdf`