Prehľad o operáciách s kardinálnymi číslami

(Nepísal som sem také najjednoduchšie vlastnosti, ako napríklad $0 \leq a$, $a+0=a$, $1 \cdot a = a$, $2 \cdot a = a + a$, reflexívnosť a tranzitívnosť pre $\leq$ a podobne.)

$$a \leq b \wedge b \leq a \Rightarrow a = b$$
$$|\mathcal{P}(X)| = 2^{|X|}$$
$$a + b = b + a$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$b \leq c \Rightarrow a + b \leq a + c$$
$$ab = ba$$
$$a(bc) = (ab)c$$
$$a(b + c) = ab + ac$$
$$b \leq c \Rightarrow ab \leq ac$$
$$a^2 = a \cdot a$$
$$a \leq b \Rightarrow a^c \leq b^c$$
$$a \leq b \wedge c \neq 0 \Rightarrow c^a \leq c^b$$
$$a^{b+c} = a^b \cdot a^c$$
$$(a^b)^c = a^{bc}$$
$$(ab)^c = a^c \cdot b^c$$
$$a^b \leq 2^{ab}$$
$$a < 2^a$$
$$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$$
$$a \geq \aleph_0 \Rightarrow \aleph_0 + a = a$$
$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$
$$2^{\aleph_0} = \mathfrak{c}$$

Bez dôkazu sme si povedali (t.j. toto nemôžete používať v riešeniach, ale je to užitočné ako pomôcka), že pre ľubovoľné nekonečné kardinálne čísla a, b platí:

$$a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}.$$