Domáca úloha č. 3

Zverejnená 7.10.2013 – odovzdáva sa najneskôr na cviku 20.10.

Za predpokladu, že A, B, A_i, B_i (pre každé $i \in \mathbb{N}$) sú ľubovoľné množiny, dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia. (Poznámka: Tvrdenia v prvej úlohe by sa mohli dať dokázať matematickou indukciou. Skúste sa zamyslieť nad tým, či sa dá matematická indukcia použiť aj v druhej úlohe, alebo to treba dokazovať nejakým iným spôsobom.)

1. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i \right) = \bigcap\limits_{i=0}^{n} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (d) Ak pre niektoré $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i \right) \cap B = \emptyset$.
2. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i \right) = \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (d) Ak pre nejaké $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i \right) \cap B = \emptyset$.

a: EB, KB, DG, VB, KS, MSu, ZZ, BM
b: DD, MG, MH, MK, MSo, PP, MaJ, ML
c: AH, LČ, ĽL, JB, AR, SB, ND
d: MiJ, VD, IG, VL, KM, JM, ŽN