

Domáca úloha č. 17

Zverejnená 8.12.2014 – odovzdáva sa do prvého skúškového termínu v januári.

Nech $(N, 0, S)$ splňa Peanove axiomy. Pre $a, n \in N$ definujeme

$$\begin{aligned}a^0 &= S(0); \\ a^{S(n)} &= a^n \cdot a.\end{aligned}$$

- (a) Dokážte, že pre ľubovoľné $a \in N$ platí $a^{S(0)} = a$.
- (b) Dokážte, že pre ľubovoľné $a \in N$ platí $a^{b+c} = a^c \cdot a^b$.
- (c) Dokážte, že pre ľubovoľné $a \in N$ platí $a^{b \cdot c} = (a^b)^c$.

Môžete používať všetky vlastnosti sčítovania a násobenia v $(N, 0, S)$ dokázané v texte k prednáške. (Inak povedané, vlastnosti sčítovania a násobenia, na ktoré ste zvyknutí z prirodzených čísel. Takisto v každej z uvedených častí môžete využívať výsledky predošlých častí.)

a: EB, KB, LČ, IG, MK, KM, KS, PP, ND, EB, ML

b: JB, VB, DD, MH, ĽL, VL, MSu, ZZ, JM, ŽN

c: VD, MG, DG, AH, MiJ, AR, MSo, MaJ, SB