

**Tretia prémiová úloha:** Dokážte, že:

- a) (1 bod) Existuje spočítateľný systém nekonečných po dvoch disjunktných podmnožín množiny  $\mathbb{N}$ . (T.j. existuje systém  $\{A_i; i \in I\}$  taký, že  $|I| = \aleph_0$ , pre každé  $i \in I$  platí  $|A_i| = \aleph_0$  a navyše pre  $i, j \in I$  také, že  $i \in j$  platí  $A_i \cap A_j = \emptyset$ .)
- b) (5 bodov) Existuje systém nekonečných podmnožín množiny  $\mathbb{N}$ , ktorý má kardinalitu  $\mathfrak{c}$  a ľubovoľné dve rôzne množiny z tohoto systému majú konečný prienik. (T.j. existuje systém  $\{A_i; i \in I\}$  taký, že  $|I| = \mathfrak{c}$ , pre každé  $i \in I$  platí  $|A_i| = \aleph_0$  a navyše pre  $i, j \in I$  také, že  $i \in j$  je prienik  $A_i \cap A_j$  konečný.)