

Domáca úloha č. 10

Zverejnená 22.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 5.4.2021.

Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel \aleph_0 , \mathfrak{c} , $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
a) \mathfrak{c}^{\aleph_0} ; b) $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$; c) $\aleph_0^{\mathfrak{c}}$; d) $\mathfrak{c} \cdot \aleph_0$
2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel \aleph_0 , \mathfrak{c} , $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
a) $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{2^{\mathfrak{c}}}$; c) $\aleph_0 \cdot 2^{\mathfrak{c}}$; d) $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis $a^{b^{\mathfrak{c}}}$, myslí sa tým $a^{(b^{\mathfrak{c}})}$ a nie $(a^b)^{\mathfrak{c}}$. (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo $(a^b)^{\mathfrak{c}}$ by sme mohli prepísať ako $a^{b\mathfrak{c}}$; ale pre istotu som to zdôraznil.)

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,

b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,

c: BKu, SN, SS, TS, MT,

d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,